



## Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană și a Municipiului București, 10 Martie 2012

### CLASA a VI-a

**Problema 1.** Pe dreapta  $d$  se consideră punctele diferite  $A, B, C, D, E$  astfel încât  $[AB] \equiv [BC] \equiv [CD] \equiv [DE]$ . Fie  $M$  un punct exterior dreptei  $d$  astfel încât distanța de la punctul  $B$  la dreapta  $MA$  este egală cu distanța de la punctul  $D$  la dreapta  $ME$ . Arătați că distanțele de la punctul  $C$  la dreptele  $MA$  și  $ME$  sunt egale.

**Problema 2.** Pentru fiecare număr natural  $n$  notăm cu  $s(n)$  suma cifrelor sale. Fie  $a$  un număr natural cu 2012 cifre, care este divizibil cu 9. Arătați că numărul  $s(s(s(a)))$  este pătrat perfect.

*Gazeta Matematică*

**Problema 3.** În sala de sport se antrenează mai mulți copii, fete și băieți. Numărul fetelor este de două ori mai mare decât numărul băieților. Pentru un exercițiu demonstrativ, antrenorul alege la întâmplare doi copii. Probabilitatea de a alege un băiat și o fată este de șase ori mai mare decât probabilitatea de a alege doi băieți. Aflați câți copii sunt în sala de sport.

**Problema 4.** O mulțime  $A$  de numere naturale nenule se numește *primară* dacă diferența oricăror două elemente ale sale este divizibilă cu 3 sau cu 5.

a) Dați exemplu de o mulțime primară cu 4 elemente, care conține elementele 2 și 2012.

b) Arătați că suma elementelor unei mulțimi primare cu 15 elemente este multiplu de 3 sau de 5.

*Timp de lucru 2 ore. Se acordă în plus 30 de minute pentru întrebări.  
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*